KWARTALNIK TELEKOMUNIKACYJNY

CZASOPISMO

WYDAWANE PRZEZ SEKCJĘ TELEKOMUNIKACYJNĄ STOWARZYSZENIA ELEKTRYKÓW POLSKICH
przy poparciu
MINISTERSTWA POCZT i TELEGRAFÓW oraz MINISTERSTWA KOMUNIKACJI

Nr 1-4
1948

ROK 11 (5) STYCZEŃ – MARZEC 1948 Nr 1

KWARTALNIK TELEKOMUNIKACYJNY

CZASOPISMO

WYDAWANE PRZEZ SEKCJĘ TELEKOMUNIKACYJNĄ STOWARZYSZENIA ELEKTRYKÓW POLSKICH

przy poparciu

MINISTERSTWA POCZT i TELEGRAFÓW oraz MINISTERSTWA KOMUNIKACJI

TREŚĆ Nr 1

PROF. DR INŻ. JANUSZ GROSZKOWSKI
Zakład Radiotechniki Politechniki Warszawskiej

Lampa jarzeniowa jako indukcyjność

STRESZCZENIE

Charakterystyka robocza lampy jarzeniowej wykazuje – jak wiadomo – w zakresie jej pracy tzw. „normalnej", przebieg pętlowy.

Autor rozpatruje tego rodzaju lampę jako indukcyjność nieliniową i znajduje wyrażenie na jej wartość dla sinusoidalnego napięcia zasilającego.

Zależność indukcyjności L_N od wartości napięcia polaryzującego stałego U_0 przedstawia rys. 5, podczas gdy rys. 6, podaje zależność indukcyjności od częstotliwości dla pewnej małej neonówki.

Następnie autor rozważa zachowanie się lampy jarzeniowej jako indukcyjności dołączonej do generatora oscylacyjnego (z oporem ujemnym).

Rozważania oparte są na zależnościach mocy urojonej, danej przez całkę $\int_0 idu$.

Otrzymane wyniki są zgodne z teorią nieliniową, podaną przez autora w poprzednich pracach, dla rozważania układów generacyjnych.

Glow-discharge tube as an inductance

SUMMARY

The dynamic volt-ampere characteristic of a glow-discharge tube operating in the „normal" range has – as known – the shape of a loop.

The author considers such a tube as a non-linear inductance, and finds its equivalent value for a pure sinusoidal voltage applied to its terminals.

Fig. 5 shows the inductance L_N of a small neon tube as function of the polarizing d. c. voltage U_0, fig. 6 – the „inductance – frequency" curve for the same tube.

Next the author analyzes the glow-discharge tube as an inductance connected to an oscillation generator (with negative resitance).

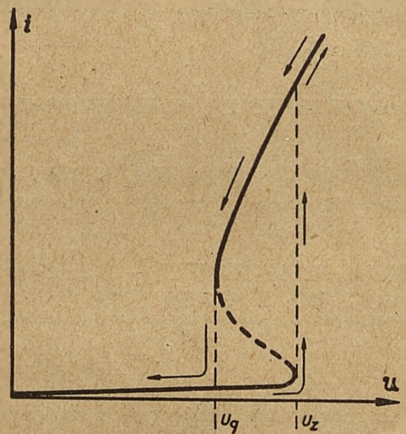
The investigations are based on the imaginary power relations given by the integral $\int_0 idu$.

The results obtained are in full agreement with the non linear theory given by the author in his previous papers for the investigation of generating systems.

1. WSTĘP

Rozważania teoretyczne przebiegów jonowych, zachodzących w lampie jarzeniowej, jak również szereg zjawisk występujących przy różnych jej zastosowaniach, świadczą o tym, że lampa taka może zachowywać się – w pewnych warunkach – jak opór indukcyjnościowy. Oporność ta jest wielkością nieliniową, zależną od szeregu czynników, jak np. od początkowego punktu pracy, amplitudy przebiegu zmiennego, częstotliwości prądu, oraz od fizycznych własności samej lampy (budowa, temperatura, stan elektryzacji szkła bańki itp).

Najwyraźniej indukcyjność występuje w zakresie przewodzenia jarzeniowego normalnego, tj. takiego, przy którym gęstość prądu w lampie jest w dużym stopniu stała, a więc wówczas, gdy katoda nie jest jeszcze całkowicie pokryta poświatą. Odpowiada temu napięcie na lampie, zawierające się w otoczeniu napięcia zapłonu U_z i gaśnięcia U_g, czyli w obszarze tzw. skoku prądu („break down"), a zaskoków napięcia (rys. 1).



Rys. 1. Charakterystyka statyczna lampy jarzeniowej.

2. OPÓR ZESPOLONY LINIOWY

Charakterystyka robocza*) oporu zespolonego liniowego, danego przez oporność

$$\widehat{Z} = R + jX \tag{1}$$

wyraża się — jak wiadomo — elipsą. Elipsa ta jest opisywana przez chwilowy punkt pracy w kierunku ruchu wskazówek zegara — jeśli składowa urojona oporności X jest ujemna $\left(\text{pojemnościowa: } -\frac{1}{\omega C}\right)$, zaś w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara — jeśli jest dodatnia (indukcyjnościowa: ωL). Dla oporności (czysto) urojonej $(\widehat{Z} = jX)$ kierunki osi elipsy schodzą się z kierunkami osi u i i (rys. 2a.). Natomiast dla oporności zespolonej — osi elipsy ulegają pewnemu skręceniu (rys. 2b).

*) tj. zależność między chwilowymi wartościami napięcia i prądu.

Powierzchnia opisana przez chwilowy punkt pracy w ciągu pełnego okresu, a więc powierzchnia elipsy

$$S = \pi a b \tag{2}$$

(gdzie a i b są osiami elipsy) jest miarą mocy urojonej, występującej na oporze zespolonym, a mianowicie

$$P_{ur} = \frac{1}{2} \overline{U} \, \overline{I} \sin\varphi = \frac{S}{2\pi}, \tag{3}$$

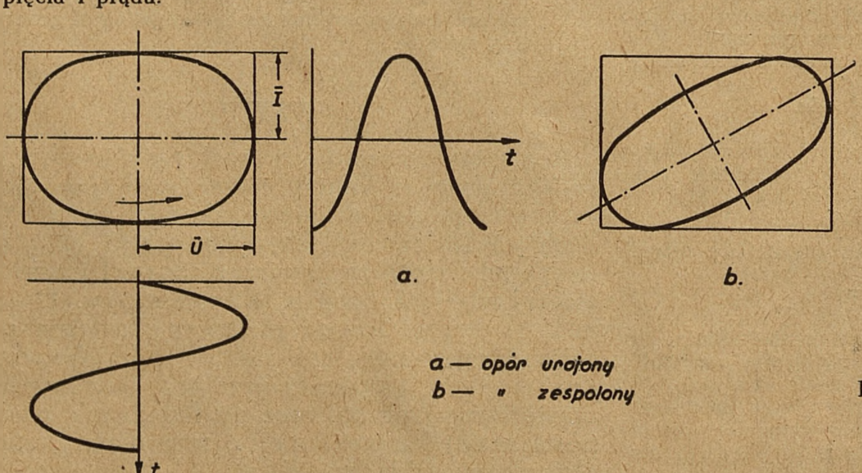
jeśli przez $\overline{U}$ i $\overline{I}$ oznaczymy odpowiednio amplitudy napięcia i prądu na oporze, zaś przez φ przesunięcie faz między $\widehat{U}$ i $\widehat{I}$, przy czym

$$\sin\varphi = \frac{X}{|\widehat{Z}|} = \frac{X}{\sqrt{R^2 + X^2}}. \tag{4}$$

Oczywiście dla $\varphi = 0$ staje się $P_{ur} = 0$, zaś elipsa przechodzi w linię prostą ($S = 0$). Natomiast dla $\varphi = 90^0$ jest $P_{ur} = \frac{1}{2} \overline{U} \, \overline{I}$, zaś $S = \pi \overline{U} \, \overline{I}$, a więc równanie (3) jest spełnione.

3. OPÓR ZESPOLONY NIELINIOWY

W przypadku oporu zespolonego nieliniowego elipsa ulega zniekształceniu, przechodząc w pewną linię pętlową. Pomimo przyłożonego napięcia sinusoidalnego $\overline{U}_1$, prąd w oporze nieliniowym jest odkształcony. Jednak składowa



Rys. 2. Charakterystyka robocza oporu zespolonego liniowego,

urojona mocy, doprowadzanej — jak wiadomo — na częstotliwości podstawowej, mierzy się nadal powierzchnią charakterystyki roboczej

$$P_{ur} = \frac{1}{2}\,\bar{U}_1\,\bar{I}_1\,\sin\varphi_1 = \frac{S}{2\pi}. \quad (1)$$

Tutaj $\bar{I}_1$ jest amplitudą podstawowej natężenia prądu, która określa — wraz z $\bar{U}_1$ — oporność obciążającą źródło napięcia zmiennego, zgodnie z wyrażeniem

$$\widehat{Z}_1 = \frac{\widehat{U}_1}{\widehat{I}_1} = R_1 + jX_1. \quad (2)$$

Amplitudę $\bar{I}_1$ znajdujemy, analizując w jeden ze zwykłych sposobów chwilowy przebieg prądu odkształconego $i = f(t)$, jako

$$\bar{I}_1 = \sqrt{\bar{I}'^2_1 + \bar{I}_1''^2}, \quad (3)$$

gdzie

$$\bar{I}_1' = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} i\,\sin\omega t\; d(\omega t) \quad (4)$$

$$\bar{I}_1'' = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} i\,\cos\omega t\; d(\omega t) \quad (5)$$

przy

$$tg\,\varphi_1 = \frac{\bar{I}_1''}{\bar{I}_1'}. \quad (6)$$

W przypadku gdy $\varphi \neq 0$, co ma właśnie miejsce dla charakterystyk pętlowych, otrzymamy składową urojoną oporności zespolonej danego oporu jako

$$X_1 = Z_1\,\sin\varphi_1. \quad (7)$$

Przy pulsacji przebiegu podstawowego

$$\omega = 2\pi f, \quad (8)$$

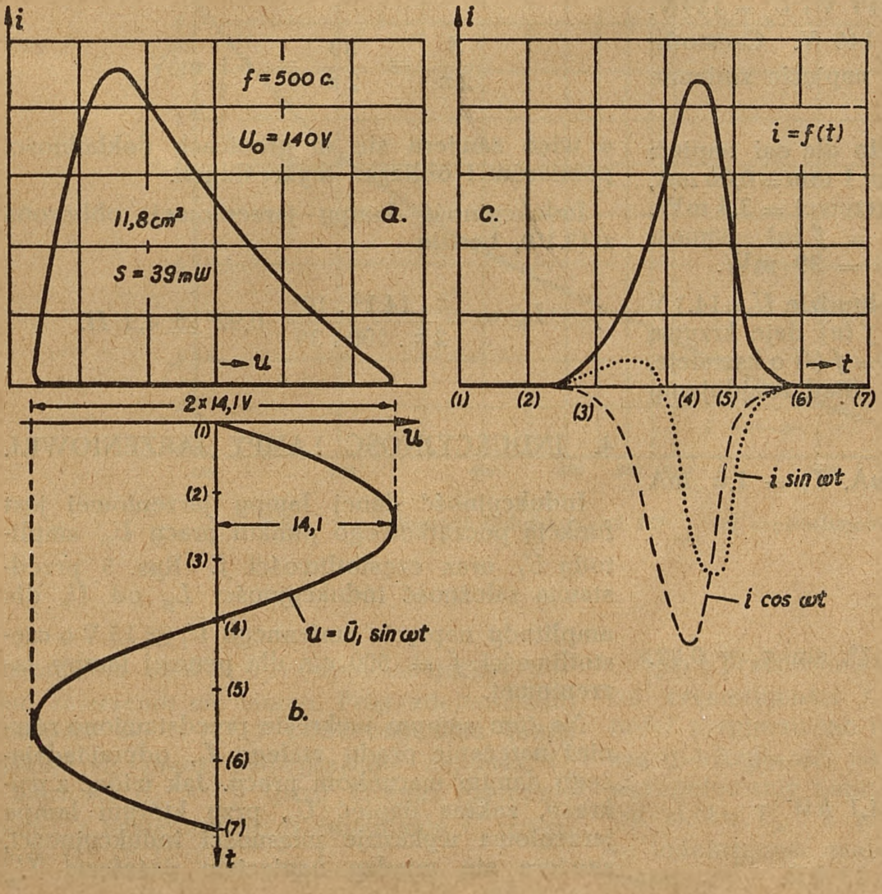
otrzymujemy równoważną indukcyjność lampy jarzeniowej

$$L_N = \frac{X_1}{\omega} = \frac{1}{\omega}Z_1\,\sin\varphi_1 = \frac{1}{\omega}\,\frac{\bar{U}_1}{\bar{I}_1}\,\sin\varphi_1 \quad (9)$$

Podstawiając za $\bar{I}_1$ wartość określoną z (1), możemy (9) napisać w postaci

$$L_N = \frac{\pi\,\bar{U}_1^2}{\omega\,S}\,\sin^2\varphi_1 \quad (10)$$

31. Przykład. Rys. 3a przedstawia charakterystykę roboczą lampy jarzeniowej przy stałym napięciu początkowym (polaryzującym). Charakterystyka ta została zdjęta przy pomocy

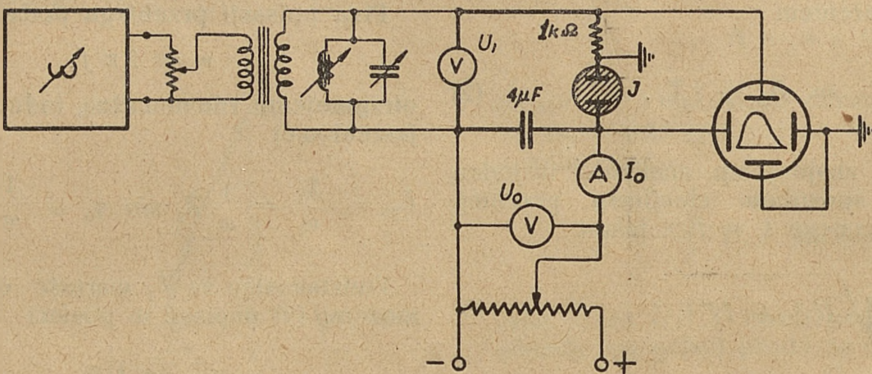


Rys. 3.
Charakterystyka robocza *(a)*, krzywe napięcia sinusoidalnego *(b)* oraz prądu *(c)* dla lampy jarzeniowej.

oscyloskopu elektronowego w układzie jak na rys. 4. Oscyloskop był skalowany tym samym napięciem zmiennym, które służyło do zdejmowania charakterystyki. W celu uniknięcia zniekształceń napięcia zmiennego zastosowano równoległy obwód rezonansowy, nastrojony na częstotliwość pomiarową. Badaną lampą jarzeniową była tzw. neonówka sygnalizacyjna (miniaturowa) 120 V, 0,3 mA o jednej elektrodzie

Moc urojona

$$P_{ur} = \frac{1}{2} \, . \, 14{,}1 \, . \, 1{,}0 \, . \, 0{,}92 = 6{,}5 \text{ mW},$$



Rys. 4. Układ do zdejmowania charakterystyki roboczej lampy jarzeniowej.

(anodzie) w postaci płytki, drugiej (katodzie) — pierścieniowej. Napięcia zapłonu i gaśnięcia wynosiły odpowiednio $U_z = 149$ V i $U_g = 139$ V. Napięcie polaryzujące $U_o = 140$ V. Częstotliwość $f = 500$ c/s ($\omega = 3140$), napięcie zmienne $\bar{U}_1 = 10$ V ($\bar{U}_1 = 14{,}1$ V).

Skalowanie oscyloskopu dało dla osi napięć: 1 mm = 0,55 V, dla osi prądów: 1 mm = 0,06 mA, a zatem 1 cm² powierzchni krzywej = 3,3 mW. Powierzchnia krzywej $i = f(u)$ wynosi 11,8 cm² czyli $S = 11{,}8 \, . \, 3{,}35 = 39$ mW.

Rzutowanie sinusoidy o amplitudzie $U_1 = 14{,}1$ V (rys. 3b) poprzez krzywą $i = f(u)$ daje krzywą chwilowych wartości prądu $i = f(t)$ o kształcie, przedstawionym na (rys. 3c). Stąd znajdujemy prądy:

$$\bar{I}_1' = 0{,}39 \text{ mA}, \quad \bar{I}_1'' = 0{,}92 \text{ mA}, \quad \bar{I}_1 = 1{,}0 \text{ mA}$$

oraz przesunięcie fazy

$$tg\, \varphi_1 = \frac{0{,}92}{0{,}39} = 2{,}35; \quad \varphi_1 = 67^0; \quad \sin \varphi_1 = 0{,}92.$$

Oporność

$$Z_1 = \frac{14{,}1}{1{,}0} = 14{,}1 \ k\Omega$$

$$X_1 = 14{,}1 \, . \, 0{,}92 = 13 \ k\Omega.$$

podczas gdy obliczona z powierzchni krzywej wynosi

$$\frac{S}{2\pi} = \frac{39}{2\pi} = 6{,}1 \text{ mW},$$

a więc zawiera się w granicach dokładności pomiarów i obliczeń wykreślnych.

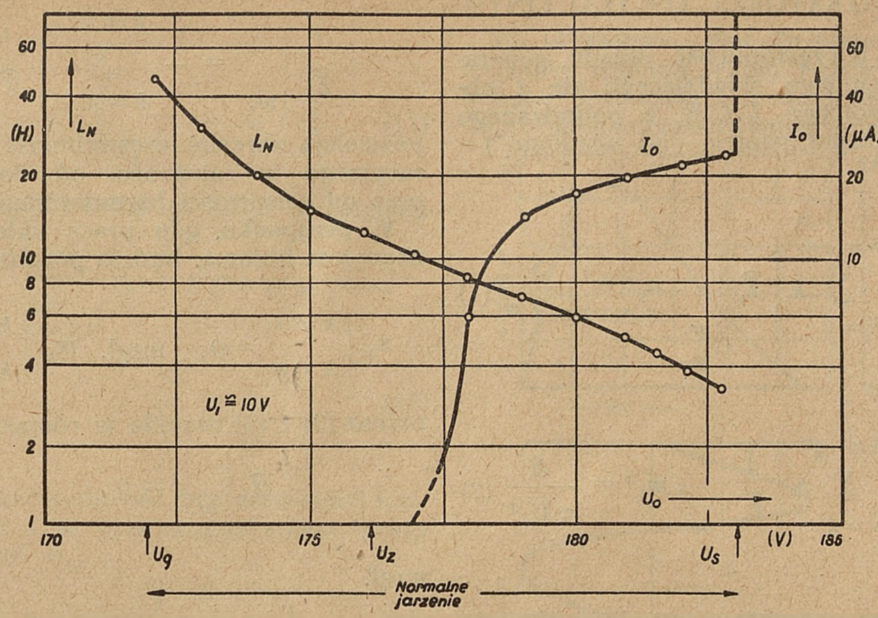
Indukcyjność lampy jarzeniowej, obliczona z (3.10), będzie

$$L_N = \frac{\pi \, . \, 14{,}1^2 \, . \, 10^3}{2\pi \, . \, 500 \, . \, 39} \, 0{,}92^2 \simeq 4{,}3 \ H.$$

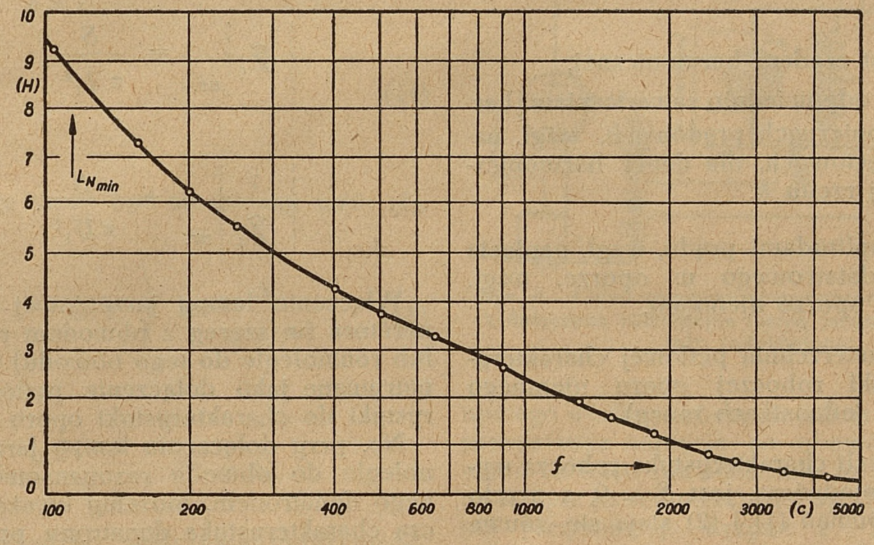
4. INDUKCYJNOŚĆ LAMPY JARZENIOWEJ.

Indukcyjność danej lampy jarzeniowej jest funkcją początkowego punktu pracy U_0, amplitudy U_1 oraz częstotliwości f. Rys. 5 przedstawia zależność indukcyjności L_N od U_0 dla amplitudy napięcia zmiennego $\bar{U}_1 \simeq 15$ V o częstotliwości $f = 500$ c/s dla pewnej lampy jarzeniowej.

Na tym samym wykresie przedstawiono również natężenie prądu stałego I_0, odpowiadającego danym warunkom pracy. Jak widać z wykresu, zakres napięć U_0, przy którym lampa jarzeniowa wykazuje własności indukcyjności, zawiera się między napięciem gaśnięcia U_g,



Rys. 5. Zależność indukcyjności L_N od początkowego napięcia stałego U_0, przy napięciu zmiennym $U_1 = 10$ V.



Rys. 6. Zależność indukcyjności $L_{N\,min}$ od częstotliwości f.

a napięciem skoku U_s, odpowiadającym pełnemu zajarzeniu się lampy. Przy zdejmowaniu zależności $L_N = f(U_0)$ potrzebny stan pracy uzyskuje się przez podwyższenie napięcia U_0 do wartości $U_0 > U_z$, (przy którym następuje zapłon), a następnie przez zmienianie U_0 w granicach $U_0' \geqq U_g$ i $U_0'' \leqq U_s$.

Rys. 6 przedstawia zależność indukcyjności L_N od częstotliwości f. Jako wartość indukcyjności przyjmowano tu $L_{N\,min}$, tzn. tę najmniejszą indukcyjność, jaką udaje się uzyskać przez wyregulowanie napięcia U_0 tuż poniżej napięcia skoku U_s. Z przebiegu krzywej wynika, że indukcyjność maleje ze wzrostem częstotliwości.

5. LAMPA JARZENIOWA JAKO INDUKCYJNOŚĆ W GENERATORZE OSCYLACYJNYM.

Jeśli chodzi o częstotliwość układu generacyjnego oscylacyjnego, składającego się z obwodu rezonansowego $L\ C\ R$, a pobudzanego oporem nieliniowym, istnieją — jak wiadomo*) — zależności

$$\left| \widehat{Z}_1 \right|_{ur.} + \sum_{k=2}^{k=\infty} k \left| \widehat{Z}_k \right|_{ur.} \cdot n_k^2 = \frac{S}{\pi\, \overline{I}_1^2} \quad (1)$$

wzgl.

$$\left| \frac{1}{\widehat{Z}_1} \right|_{ur.} + \sum_{k=2}^{k=\infty} k \left| \frac{1}{\widehat{Z}_k} \right|_{ur.} \cdot m_k^2 = \frac{S}{\pi\, \overline{U}_1^2} \quad (2)$$

gdzie:

$\widehat{Z}_1$ jest opornością zespoloną obwodu rezonansowego dla częstotliwości podstawowej, zaś

$\widehat{Z}_k$ dla częstotliwości harmonicznej rzędu k;

$\left| \quad \right|_{ur.}$ oznacza składową urojoną odpowiedniego wyrażenia,

k jest rzędem harmonicznej,

n_k wzgl. m_k są odpowiednio zawartościami harmonicznych prądowych, wzgl. napięciowych, dla danej harmonicznej rzędu k,

$\overline{I}_1$ wzgl. $\overline{U}_1$ — amplitudami prądu, wzgl. napięcia podstawowego w oporze, wzgl. na oporze ujemnym,

S — powierzchnią pętlowej charakterystyki roboczej oporu ujemnego (w jednostkach mocy).

Oczywiście, jeśli charakterystyka robocza wyraża się linią pojedyńczą, jest $S = 0$, a przeto prawe strony równań (1) i (2) stają się równe zeru.

Wyrażenia

$$\left| \widehat{Z}_1 \right|_{ur.} = - \sum_{k=2}^{k=\infty} k \left| \widehat{Z}_k \right|_{ur.} \cdot n_k^2 \quad (3)$$

wzgl.

$$\left| \frac{1}{\widehat{Z}_1} \right|_{ur.} = - \sum_{k=2}^{k=\infty} \left| \frac{1}{\widehat{Z}_k} \right|_{ur.} \cdot m_k^2 \quad (4)$$

pozwalają określić częstotliwość układu generacyjnego w zależności od danych obwodu oraz od zawartości harmonicznych.

W przypadku, gdy praca układu generacyjnego jest liniowa, będzie ponadto

$$n_k \Big|_{k=2}^{k=\infty} = 0, \quad \text{wzgl.} \quad m_k \Big|_{k=2}^{k=\infty} = 0,$$

przeto (3) i (4) przejdą w równania

$$\left| \widehat{Z}_1 \right|_{ur.} = 0 \quad (5)$$

wzgl.

$$\left| \frac{1}{\widehat{Z}_1} \right|_{ur.} = 0 \quad (6)$$

W razie pracy liniowej układu generacyjnego, przy pętlowej charakterystyce roboczej (a więc charakterystyce eliptycznej), równania (1) i (2) przybiorą postać:

$$\left| \widehat{Z}_1 \right|_{ur.} = \frac{S}{\pi\, \overline{I}_1^2}, \quad (7)$$

$$\left| \frac{1}{\widehat{Z}_1} \right|_{ur.} = \frac{S}{\pi\, \overline{U}_1^2}. \quad (8)$$

Włączenie lampy jarzeniowej w obwód generatora (w szereg z obwodem rezonansowym lub równolegle do tego obwodu) może być rozpatrywane jako dołączenie pętlowej charakterystyki do charakterystyki oporu ujemnego.

Np. przy dołączeniu lampy jarzeniowej równolegle do obwodu rezonansowego, pobudzanego dynatronem, możemy uważać, iż pojedyńcza charakterystyka dynatronu przeszła w charakterystykę pętlową, a przeto — dla rozważenia takiego przypadku — należy zastosować wzór (1) wzgl. (2).

Mamy tu więc dla harmonicznej rzędu k:

$$\frac{1}{\widehat{Z}_k} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j k \omega L} + j k \omega C, \quad (9)$$

skąd

$$\left| \frac{1}{\widehat{Z}_k} \right|_{ur.} = - \left(\frac{1}{k \omega L} - k \omega C \right) \quad (10)$$

*) porówn. J. Groszkowski, Częstotliwość układów relaksacyjnych — Kwartalnik Telekomunikacyjny. t. 10, Nr 3/4, str. 33, 1947, oraz: Wpływ oporu nieliniowego rzeczywistego na oporność urojoną obwodu, t. 10, nr 2 — 4, str. 17, 1946.

oraz

$$\left.\frac{1}{\hat{Z}_1}\right|_{ur.} = -\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right). \qquad (11)$$

Podstawiając (10) i (11) np. do (2), otrzymamy

$$(\omega^2 L C - 1) + \sum_{k=2}^{k=\infty} (k^2 \omega^2 L C - 1)\, m_k^2 =$$

$$= \frac{S \omega L}{\pi \overline{U}_1^2}. \qquad (12)$$

Oznaczając częstotliwość bez dołączonej lampy jarzeniowej i w granicznym stanie pracy generatora przez ω_0,

$$\omega_0^2 \cong \frac{1}{L C}, \qquad (13)$$

równanie (12) przedstawimy jako

$$\left(\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1\right) + \sum_{k=2}^{k=\infty} \left(k^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1\right) m_k^2 =$$

$$= \frac{S \omega L}{\pi \overline{U}_1^2} \qquad (14)$$

W razie, gdy może być stosowany wzór (8), otrzymamy

$$-\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right) = \frac{S}{\pi \overline{U}_1^2} \qquad (15)$$

skąd

$$\frac{1}{\omega L} + \frac{S}{\pi \overline{U}_1^2} = \omega C.$$

Wobec rówoległego połączenia indukcyjności L i lampy jarzeniowej możemy napisać

$$\frac{1}{\omega L} + \frac{1}{\omega L_N} = \omega C \qquad (16)$$

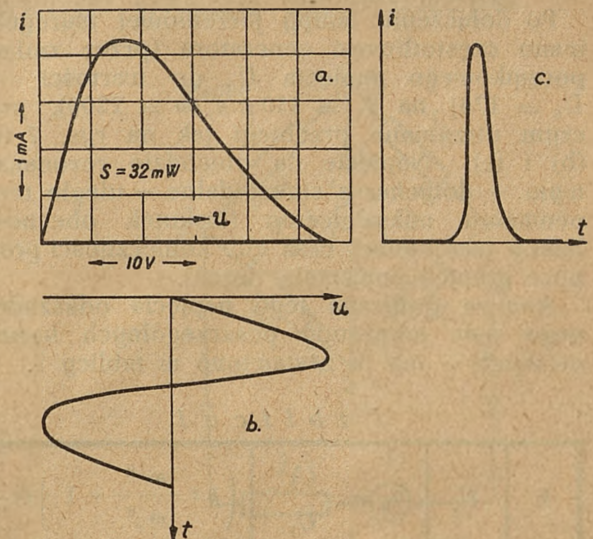
przy czym — przez porównanie — mamy

$$L_N = \frac{\pi \overline{U}_1^2}{\omega S} \qquad (17)$$

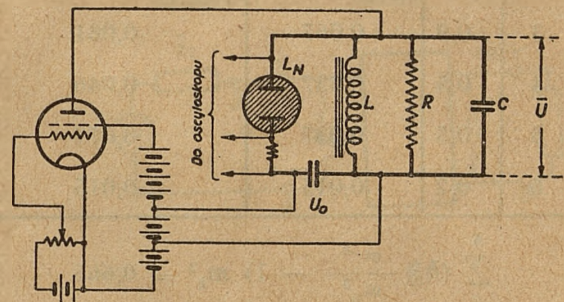
jako indukcyjność wnoszoną do obwodu przez lampę jarzeniową.

Oczywiście wzór ten jest słuszny jedynie wówczas, gdy przebiegi — pomimo wprowadzenia lampy jarzeniowej — pozostaną sinusoidalne.

51. Przykład. Rys. 7a przedstawia charakterystykę roboczą lampy jarzeniowej o początkowym potencjale U_0, dołączonej równolegle do rezonansowego obwodu generatora dynatro-



Rys. 7. Charakterystyka robocza *(a)* oraz krzywe napięcia *(b)* i prądu (c) w lampie jarzeniowej dołączonej do obwodu rezonansowego.



Rys. 8. Układ oscylacyjny generatora dynatronowego z dołączoną równolegle lampą jarzeniową, pracującą jako indukcyjność.

nowego według schematu jak na rys. 8. Rys. 7b przedstawia napięcia na obwodzie rezonansowym, (a więc równocześnie na dynatronie oraz na lampie jarzeniowej), zaś rys. 7c — prąd w lampie jarzeniowej. Krzywe a, b i c zostały otrzymane przy pomocy oscyloskopu elektronowego.

Dane obwodu rezonansowego są:

$$L = 14{,}5\ \mathrm{H}, \quad C = 30 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{F}, \quad R = 80\ k\Omega.$$

Przy odłączonej lampie jarzeniowej częstotliwość generatora — w stanie granicznym powstawania drgań (wyregulowanym przez zmianę początkowego potencjału siatki pierwszej dynatronu) — wynosi

$$f_0 = 240\ c/s\ (\omega_0 = 1510)$$

Oczywiście spełnia ona warunek (5 . 13)

$$(2\pi . 240)^2 \cong \frac{1}{14{,}5 . 30 . 10^{-9}}.$$

Po dołączeniu lampy jarzeniowej wyregulowano częstotliwość generatora (przez zmianę początkowego napięcia U_0 do wartości $U_0 = 178$) na $f_1 = 350$ c/s ($\omega = 2200$), przy czym otrzymano przebiegi jak na rys. 7 (a), (b) i (c). Napięcie na obwodzie rezonansowym — dotychczas sinusoidalne — uległo teraz pewnemu odkształceniu (wskutek obecności lampy jarzeniowej oraz ew. konieczności pracy poza granicą powstania drgań).

Analiza graficzna tego napięcia odkształconego dała amplitudy poszczególnych harmonicznych — jak to zestawiono w tablicy 1.

Tablica 1.

k	$\bar{U}_k$	$m_k = \frac{\bar{U}_k}{\bar{U}_1}$	$\left(k^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1\right) m_k^2$
1	13,4	1	
2	3,3	0,245	0,450
3	0,9	0,067	0,081
4	0,5	0,037	0,046
5	0,5	0,037	0,073
6	0,2	0,015	0,015
$\sum_{2}^{6} \left(k^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1\right) m_k^2 = 0{,}665$			

Powierzchnia charakterystyki roboczej, wyrażona w mW, wynosi

$$S = 32 \text{ mW},$$

co daje wartość

$$\frac{S\,\omega\,L}{\pi\,\bar{U}_1^2} = \frac{32 . 10^{-3} . 2200 . 14{,}5}{\pi . 13{,}4^2} = 1{,}81.$$

Ponieważ wyrażenie

$$\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1 = \left(\frac{2200}{1510}\right)^2 - 1 = 2{,}12 - 1 = 1{,}12$$

przeto z (5.14) otrzymamy

$$\sum_{2}^{\infty} \left(k^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1\right) m_k^2 = 1{,}81 - 1{,}12 = 0{,}69.$$

Różnica między wartością wyrażenia $\sum_{2}^{6}$, obliczoną w tablicy 1, a wartością $\sum_{2}^{\infty}$ wynika z nieuwzględnienia — przy obliczaniu — harmonicznych rzędu k, wyższego od 6.

Analizując krzywą prądu w lampie jarzeniowej znajdujemy

$$\bar{I}_1' = 0{,}13 \text{ mA}, \quad \bar{I}_1'' = 0{,}69 \text{ mA},$$

czyli

$$\bar{I}_1 = \sqrt{0{,}13^2 + 0{,}69^2} = 0{,}7.$$

Zatem

$$\widehat{Z}_1 = \frac{13{,}4}{0{,}7} = 19{,}2\ k\Omega.$$

Ponieważ

$$tg\ \varphi_1 = \frac{0{,}69}{0{,}13} = 5{,}3$$

$$sin\ \varphi_1 = 0{,}98,$$

a więc

$$X_1 = 19{,}2 . 0{,}98 = 18{,}8\ k\Omega.$$

Indukcyjność

$$L_N = \frac{18\,800}{2\,200} \cong 8{,}5\ H.$$

Natomiast wzór (17) daje wartość

$$L_N = \frac{\pi . 13{,}4^2}{2200 . 32 . 10^{-8}} = 8{,}1\ H.$$

Moc urojona

$$P_{ur} = 1/2 . 13{,}4 . 0{,}7 . 0{,}98 = 4{,}6 \text{ mW}$$

podczas gdy

$$\frac{S}{2\pi} = \frac{32}{2\pi} = 5{,}1 \text{ mW}.$$

Różnica między tymi dwiema wartościami wynika z ograniczonej dokładności pomiarów oscyloskopowych, a zwłaszcza z błędów metody analizy krzywej prądu.

6. NIEKTÓRE MOŻLIWOŚCI WYKORZYSTANIA LAMPY JARZENIOWEJ JAKO INDUKCYJNOŚCI.

Zależność indukcyjności lampy jarzeniowej od napięcia polaryzującego pozwala na uzyskanie łatwych możliwości synchronizacyjnych generatora oscylacyjnego z tego rodzaju lampą jako częściową indukcyjnością obwodu rezonansowego.

Również układ generatora oscylacyjnego z lampą jarzeniową może być wykorzystany w przypadku, gdy chodzi o uzyskanie regulacji częstotliwości na drodze elektrycznej (np. przez zmiany napięcia).

INŻ. W. J. SZUBERT

Ogólne równania mostków prądu zmiennego

STRESZCZENIE

W artykule tym omówione są czteroramienne mostki pomiarowe zasilane prądem zmiennym. Podano ogólny układ mostków prądu zmiennego oraz wyprowadzono zasadnicze równania prądowe i napięciowe. Omówiono warunki pracy mostków przy obciążonym wyjściu oraz przy biegu jałowym. Podano wzory na oporność wyjściową mostków z uwzględnieniem oporności wewnętrznej generatora oraz przy założeniu, że generator nie posiada oporności wewnętrznej. Układy zastępcze mostków podano dla biegu jałowego oraz dla mostków obciążonych na wyjściu. Wyprowadzono wzory na optymalną oporność miernika równowagi dla maksymalnego prądu i maksymalnego napięcia w oporze miernika. W dalszym ciągu omówiono warunek równowagi mostków prądu zmiennego, rodzaje oporności ramion, możliwości ich zamiany oraz przeprowadzono dyskusję równań dla warunku równowagi. W wyniku dyskusji równań równowagi podano tabele zasadniczych piętnastu grup mostkowych, z których można wyprowadzić wszelkie typy mostków pomiarowych prądu zmiennego. W zakończeniu artykułu podano przykład obliczeniowy mostka.

General Equations of Alternating-Current Bridges

SUMMARY

In this paper, the fundamental arrangement of four-arm alternating current metering bridges is given and general tension and current equations are derived.

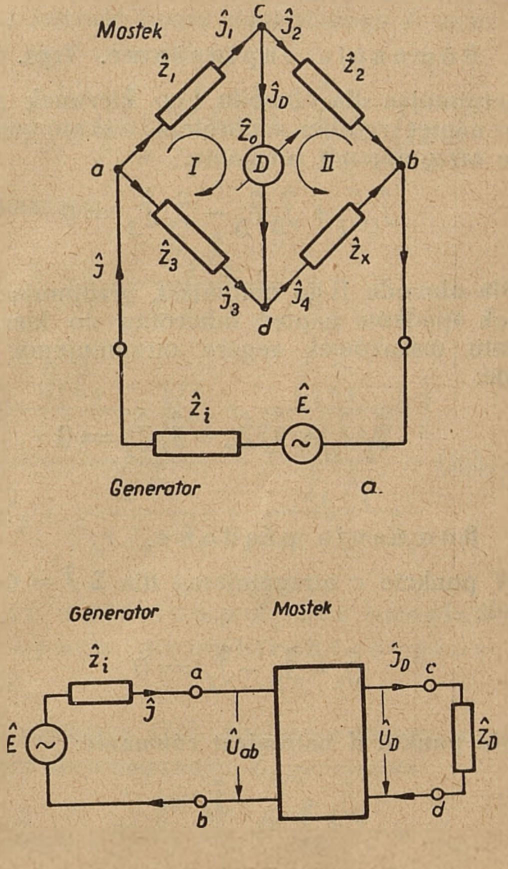
Operation conditions with load and no-load on the output terminals of the bridge are discussed. Equations for output impedance in regard and regardless of the internal generator impedance are given. Optimal values of the bridge-detector impedances for current maximum and tension maximum are discussed. In the following, discussion of bridge-ballance, forms af the arm-impedances and their substitution and discussion of the ballance-equations are made. In result of this discussion, fifteen principal bridge equations are derived from which all types of alternating-current bridges may be calculated. At the end of the paper, example of a bridge-calculation is given.

1. WSTĘP

1.1. Cel mostków prądu zmiennego

Układ elektryczny przedstawiony na rys. 1 jest czwórnikiem, do którego zacisków wejściowych *a-b* doprowadzony jest prąd zmienny $\hat{J}$, natomiast z zacisków *c-d* odprowadzony jest prąd zmienny $\hat{J}_D$ przez opór $\hat{Z}_D$.

Każdy z oporów $\hat{Z} = a + jb$ składa się z części rzeczywistej „*a*" i części urojonej „*jb*" przy czym opory $\hat{Z}_1$ $\hat{Z}_2$ $\hat{Z}_3$ są oporami znanymi, natomiast opór $\hat{Z}_x$ oporem nieznanym. Celem niżej opisanych układów mostkowych jest wyznaczenie za pomocą znanych wartości $\hat{Z}_1$ $\hat{Z}_2$ $\hat{Z}_3$ wartości nieznanej $\hat{Z}_x = a_x + jb_x$.



Rys. 1. Układ ogólny mostku prądu zmiennego.

1.2. Rozkład prądów.

Źródło prądu $\hat{E}$ zasila obwód składający się z oporu wewnętrznego źródła $\hat{Z}_i$ oraz oporu wejściowego mostka $\hat{Z}_{ab} = \frac{\hat{U}_{ab}}{\hat{J}}$, przy czym $\hat{Z}_{ab}$ jest funkcją oporów $\hat{Z}_1$ $\hat{Z}_2$ $\hat{Z}_3$ $\hat{Z}_x$ $\hat{Z}_D$. W obwodzie tym płynie więc prąd $\hat{J} = \frac{\hat{E}}{\hat{Z}_i + \hat{Z}_{ab}}$. Prąd ten (rys. 1a) rozgałęzia się w punkcie *a* na prądy $\hat{J}_1$ oraz $\hat{J}_3$, w punkcie *b* jest suma prą-

dów $\hat{J}_2$ oraz $\hat{J}_4$. Prąd $\hat{J}_1$ rozgałęzia sie w punkcie c na prądy $\hat{J}_2$ oraz $\hat{J}_D$, prąd $\hat{J}_4$ — w punkcie d — na prądy $\hat{J}_3$ oraz $\hat{J}_D$. Wielkość $\hat{Z}_D$ przedstawia opór wewnętrzny przyrządu pomiarowego „D" włączonego na zaciskach $c-d$ czwórnika (rys. 1b).

1.3. Równania napięciowe. (rys. 1a).

Przyjmując dla obwodu I-go kierunek spadków napięć zgodny z obrotem wskazówek zegara otrzymujemy równanie:

$$\hat{J}_1\hat{Z}_1+\hat{J}_D\hat{Z}_D-\hat{J}_3\hat{Z}_3=0 \qquad (1)$$

Dla obwodu II-go natomiast, przyjmując kierunek spadków napięć odwrotny do kierunku obrotu wskazówek zegara otrzymujemy równanie:

$$\hat{J}_D\hat{Z}_D+\hat{J}_4\hat{Z}_x-\hat{J}_2\hat{Z}_2=0 \qquad (2)$$

1.4. Równania prądowe.

W punkcie c otrzymujemy dla $\Sigma\hat{J}=0$ równanie:

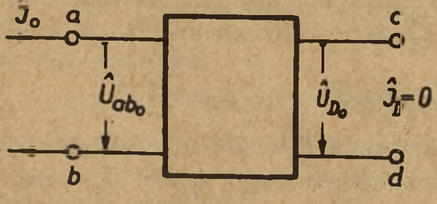
$$\hat{J}_1-\hat{J}_D-\hat{J}_2=0 \qquad (3)$$

Dla punktu d natomiast równanie:

$$\hat{J}_3+\hat{J}_D-\hat{J}_4=0 \qquad (4)$$

1.5. Stan jałowy. $\hat{Z}_D=\infty$.

Rysunek 2 przedstawia mostek nieobciążony na jego zaciskach wyjściowych c — d oporem miernika $\hat{Z}_D$. ($\hat{Z}_D=\infty$).



Rys. 2. Mostek nieobciążony.

Dla tego stanu więc prąd $\hat{J}_D=0$. Równanie prądowe przechodzi wówczas w równanie:

$$\hat{J}_{2_0}=\hat{J}_{1_0} \qquad (5)$$

a z równania (4) otrzymujemy:

$$\hat{J}_{4_0}=\hat{J}_{3_0} \qquad (6)$$

Dla sumy napieć obwodu I-go (rys. 1a) można ustawić równanie:

$$\hat{J}_{1_0}\hat{Z}_1+\hat{U}_{D_0}-\hat{J}_{3_0}\hat{Z}_3=0 \qquad (7)$$

natomiast dla obwodu II-go równanie:

$$\hat{J}_{4_0}\hat{Z}_x+\hat{U}_{D_0}-\hat{J}_{2_0}\hat{Z}_2=0 \qquad (8)$$

Po podstawieniu wartości prądów $\hat{J}_{2_0}$ oraz $\hat{J}_{4_0}$ z równań (5) oraz (6) w równanie (8) otrzymujemy równanie:

$$\hat{U}_{D_0}-\hat{J}_{1_0}\hat{Z}_2+\hat{J}_{3_0}\hat{Z}_x=0 \qquad (9)$$

Po dodaniu równania (7) do równania (9) otrzymujemy wyrażenie:

$$\hat{U}_{D_0}=\frac{1}{2}\left[\hat{J}_{3_0}(\hat{Z}_3-\hat{Z}_x)+\hat{J}_{1_0}(\hat{Z}_2-\hat{Z}_1)\right] \qquad (10)$$

Ponieważ prąd $\hat{J}_D=0$, więc prąd:

$$\hat{J}_{1_0}=\frac{\hat{U}_{ab_0}}{\hat{Z}_1+\hat{Z}_2} \qquad (11)$$

oraz prąd:

$$\hat{J}_{3_0}=\frac{\hat{U}_{ab_0}}{\hat{Z}_3+\hat{Z}_x} \qquad (12)$$

które to wartości po podstawieniu w równanie (10) i przekształceniu dają wartości wyjściowego napięcia stanu jałowego $\hat{U}_{D_0}$:

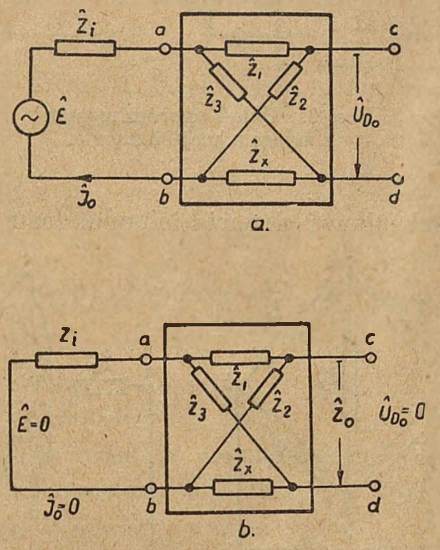
$$\hat{U}_{D_0}=\hat{U}_{ab_0}\frac{(\hat{Z}_2\hat{Z}_3-\hat{Z}_1\hat{Z}_x)}{(\hat{Z}_1+\hat{Z}_2)(\hat{Z}_3+\hat{Z}_x)}=$$

$$=\hat{U}_{ab_0}\frac{1-\dfrac{\hat{Z}_1\hat{Z}_x}{\hat{Z}_2\hat{Z}_3}}{1+\dfrac{\hat{Z}_1}{\hat{Z}_2}+\dfrac{\hat{Z}_x}{\hat{Z}_3}+\dfrac{\hat{Z}_1\hat{Z}_x}{\hat{Z}_2\hat{Z}_3}} \qquad (13)$$

2.1. Opór wyjściowy $\hat{Z}_0$ z uwzględnieniem oporu wewnętrznego generatora $\hat{Z}_i$.

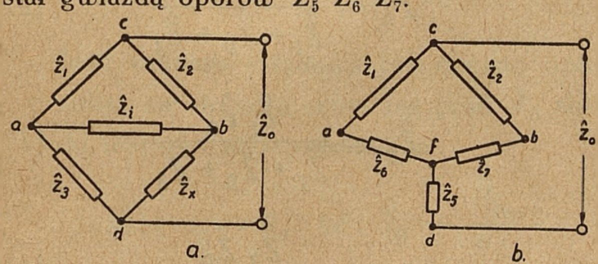
Rysunek 3a przedstawia układ mostkowy nieobciążony na jego zaciskach wyjściowych c — d

oporem $\hat{Z}_D$. Układ ten zasilany jest na zaciskach $a - b$ generatorem o sile elektromotorycznej $\hat{E}$ i oporze wewnętrznym $\hat{Z}_i$.



Rys. 3. Układ mostkowy z generatorem.

Na rysunku 3b zaznaczony jest opór wyjściowy mostka $\hat{Z}_0$ mierzony na zaciskach wyjściowych $c - d$. Jest on oporem wypadkowym układu oporów $\hat{Z}_1$ $\hat{Z}_2$ $\hat{Z}_3$ $\hat{Z}_x$ oraz $\hat{Z}_i$. Taki układ oporów (rys. 4a) zastąpić można układem oporów przedstawionym na rys. 4b, przy czym trójkąt oporów $\hat{Z}_i$ $\hat{Z}_3$ $\hat{Z}_x$ zastąpiony został gwiazdą oporów $\hat{Z}_5$ $\hat{Z}_6$ $\hat{Z}_7$.



Rys. 4. Układy równoważne mostku.

Wartości tych oporów zastępczych dane są równaniami:

$$\hat{Z}_5 = \frac{\hat{Z}_3 \hat{Z}_x}{\hat{Z}_3 + \hat{Z}_i + \hat{Z}_x} \tag{14}$$

$$\hat{Z}_6 = \frac{\hat{Z}_i \hat{Z}_3}{\hat{Z}_3 + \hat{Z}_i + \hat{Z}_x} \tag{15}$$

$$\hat{Z}_7 = \frac{\hat{Z}_i \hat{Z}_x}{\hat{Z}_3 + \hat{Z}_i + \hat{Z}_x} \tag{16}$$

Wielkość oporu między punktami $f - c$ układu zastępczego (rys. 4b) dana jest więc równaniem:

$$\hat{Z}_{fc} = \frac{(\hat{Z}_1 + \hat{Z}_6)(\hat{Z}_2 + \hat{Z}_7)}{\hat{Z}_1 + \hat{Z}_2 + \hat{Z}_6 + \hat{Z}_7} \tag{17}$$

natomiast wartość oporu wyjściowego $\hat{Z}_0$ na zaciskach $c - d$ równaniem:

$$\hat{Z}_0 = \hat{Z}_5 + \frac{(\hat{Z}_1 + \hat{Z}_6)(\hat{Z}_2 + \hat{Z}_7)}{\hat{Z}_1 + \hat{Z}_2 + \hat{Z}_6 + \hat{Z}_7} \tag{18a}$$

czyli równaniem:

$$\hat{Z}_0 = \frac{\hat{Z}_3 \hat{Z}_x}{\hat{Z}_3 + \hat{Z}_i + \hat{Z}_x} + \frac{\left(\hat{Z}_1 + \frac{\hat{Z}_i \hat{Z}_3}{\hat{Z}_3 + \hat{Z}_i + \hat{Z}_x}\right)\left(\hat{Z}_2 + \frac{\hat{Z}_i \hat{Z}_x}{\hat{Z}_3 + \hat{Z}_i + \hat{Z}_x}\right)}{\hat{Z}_1 + \hat{Z}_2 + \frac{\hat{Z}_i \hat{Z}_3}{\hat{Z}_3 + \hat{Z}_i + \hat{Z}_x} + \frac{\hat{Z}_i \hat{Z}_x}{\hat{Z}_3 + \hat{Z}_i + \hat{Z}_x}} \tag{18b}$$

2.2. **Opór wyjściowy $\hat{Z}_0$ bez uwzględnienia oporu wewnętrznego generatora $\hat{Z}_i$.**

Jeśli w równaniu (18b) spełnione zostaną warunki oporu wewnętrznego $\hat{Z}_i$ generatora:

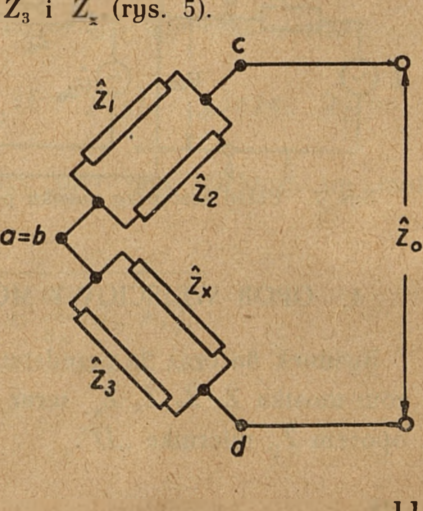
$$\hat{Z}_i \ll \hat{Z}_1 ; \hat{Z}_i \ll \hat{Z}_2 ; \hat{Z}_i \ll \hat{Z}_3 ; \hat{Z}_i \ll \hat{Z}_x ,$$

wówczas równanie to przechodzi w równanie:

$$\hat{Z}_0 \approx \frac{\hat{Z}_1 \hat{Z}_2}{\hat{Z}_1 + \hat{Z}_2} + \frac{\hat{Z}_3 \hat{Z}_x}{\hat{Z}_3 + \hat{Z}_x} \tag{19}$$

Dla wyżej podanych warunków oporu wewnętrznego generatora opór wyjściowy $\hat{Z}_0$ układu równa się więc sumie oporów połączenia równoległego oporów $\hat{Z}_1$ i $\hat{Z}_2$ oraz połączenia równoległego $\hat{Z}_3$ i $\hat{Z}_x$ (rys. 5).

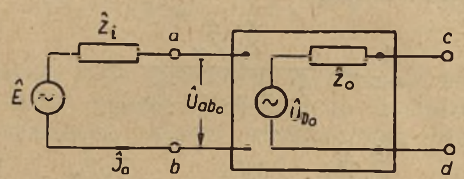
Rys. 5
Układ zastępczy
mostku.



3. UKŁADY ZASTĘPCZE.

3.1. Układ zastępczy stanu jałowego.

Układ generator-mostek przedstawiony na rysunku 3a może być zastąpiony układem rysunku 6. Źródło prądu $\hat{E}$ zasila wejście układu mostkowego na zaciskach $a - b$ prądem $\hat{J}_0$. Na zaciski wyjściowe c — d mostka włączone jest napięcie stanu jałowego $\hat{U}_{D_0}$ w szereg z oporem wyjściowym $\hat{Z}_0$.



Rys. 6. Układ zastępczy mostku w stanie jałowym.

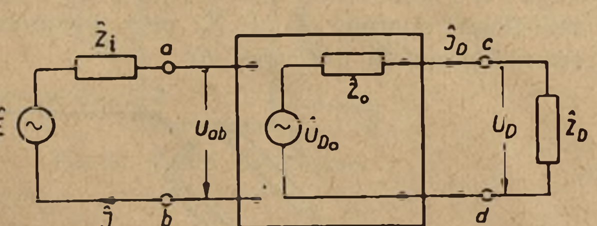
3.2. Układ zastępczy przy obciążeniu oporem $\hat{Z}_D$.

Po załączeniu oporu $\hat{Z}_D$ miernika „D" na zaciski wyjściowe c — d układu mostkowego popłynie w obwodzie oporów $\hat{Z}_0 + \hat{Z}_D$ prąd:

$$\hat{J}_D = \frac{\hat{U}_{D_0}}{\hat{Z}_0 + \hat{Z}_D} \tag{20}$$

Stan ten przedstawiony jest na rysunku 7. Między zaciskami wyjściowymi mostka c — d panuje napięcie:

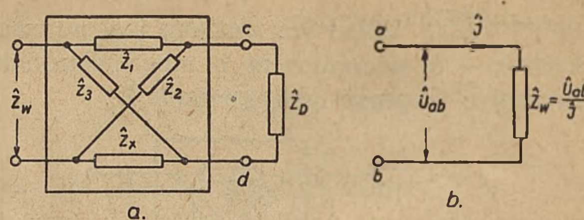
$$\hat{U}_D = \hat{J}_D \hat{Z}_D = \frac{\hat{U}_{D_0}}{1 + \frac{\hat{Z}_0}{\hat{Z}_D}} \tag{21}$$



Rys. 7. Układ zastępczy mostku przy obciążeniu.

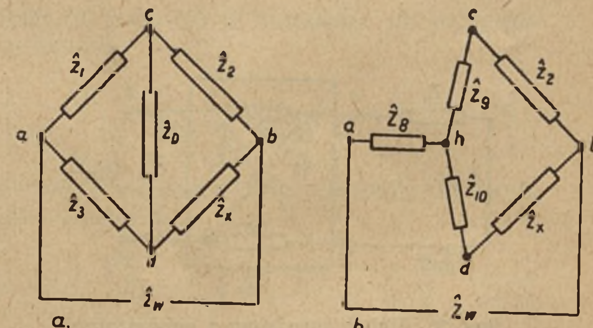
4. OPÓR WEJŚCIOWY MOSTKA $\hat{Z}_W$.

Rysunek 8a oraz 9a przedstawiają układ oporów mostka $\hat{Z}_1$ $\hat{Z}_2$ $\hat{Z}_3$ $\hat{Z}_x$ wraz z załączonym oporem $\hat{Z}_D$ miernika „D".



Rys. 8. Układ oporów mostka z oporem wejściowym.

Rysunek 8b przedstawia ich opór zastępczy $\hat{Z}_W$.



Rys. 9. Zastępczy układ oporów mostka z oporem wejściowym.

Układ trójkąta oporów $\hat{Z}_1$ $\hat{Z}_D$ $\hat{Z}_3$ (rys. 9a) zostaje zastąpiony układem gwiazdy oporów $\hat{Z}_8$ $\hat{Z}_9$ $\hat{Z}_{10}$, (rys. 9b) przy czym wartości ich dane są równaniami:

$$\hat{Z}_8 = \frac{\hat{Z}_1 \hat{Z}_3}{\hat{Z}_1 + \hat{Z}_D + \hat{Z}_3} \tag{22}$$

$$\hat{Z}_9 = \frac{\hat{Z}_1 \hat{Z}_D}{\hat{Z}_1 + \hat{Z}_D + \hat{Z}_3} \tag{23}$$

$$Z_{10} = \frac{\hat{Z}_3 \hat{Z}_D}{\hat{Z}_1 + \hat{Z}_D + \hat{Z}_3} \tag{24}$$

Opór między punktami $h - b$, $\hat{Z}_{hb}$, złożony jest więc z sum oporów $\hat{Z}_2 + \hat{Z}_9$ oraz $\hat{Z}_{10} + \hat{Z}_x$ połączonych równolegle:

$$\hat{Z}_{hb} = \frac{(\hat{Z}_2 + \hat{Z}_9)(\hat{Z}_{10} + \hat{Z}_x)}{\hat{Z}_2 + \hat{Z}_9 + \hat{Z}_{10} + \hat{Z}_x} \tag{25}$$

a opór wejściowy $\hat{Z}_W$ dany jest równaniem:

$$\hat{Z}_W = \hat{Z}_8 + \frac{(\hat{Z}_2 + \hat{Z}_9)(\hat{Z}_{10} + \hat{Z}_x)}{\hat{Z}_2 + \hat{Z}_9 + \hat{Z}_{10} + \hat{Z}_x} \tag{26a}$$

czyli równaniem:

$$\hat{Z}_w = \frac{\hat{Z}_1 \hat{Z}_3}{\hat{Z}_1 + \hat{Z}_D + \hat{Z}_3} + \frac{\left(\hat{Z}_2 + \frac{\hat{Z}_1 \hat{Z}_D}{\hat{Z}_1 + \hat{Z}_D + \hat{Z}_3}\right)\left(\hat{Z}_x + \frac{\hat{Z}_3 \hat{Z}_D}{\hat{Z}_1 + \hat{Z}_D + \hat{Z}_3}\right)}{\hat{Z}_2 + \hat{Z}_x + \frac{\hat{Z}_1 \hat{Z}_D}{\hat{Z}_1 + \hat{Z}_D + \hat{Z}_3} + \frac{\hat{Z}_3 \hat{Z}_D}{\hat{Z}_1 + \hat{Z}_D + \hat{Z}_3}} \qquad (26b)$$

5. DOPASOWANIE OPORU MIERNIKA $\hat{Z}_D$ DO OPORU $\hat{Z}_0$.

5.1. Dopasowanie prądowe. (Równanie 20).

Chcąc osiągnąć jaknajwiększy prąd w oporze $\hat{Z}_D$ miernika „*D*" należy przyjąć, że składowe urojone oporów $\hat{Z}_D = a_D + jb_D$ oraz $\hat{Z}_0 = a_0 + jb_0$ mają te same wartości bezwzględne lecz znaki przeciwne. $\hat{Z}_D$ jest więc charakteru indukcyjnego, $\hat{Z}_0$ natomiast pojemnościowego, lub odwrotnie; zatem:

$$b_D + b_0 = 0 .$$

Prąd $\hat{J}_D$ osiąga wówczas wartość:

$$\hat{J}_D = \frac{\hat{U}_{D_0}}{a_D + a_0} .$$

Jeśli zmienna składowa rzeczywista oporu $\hat{Z}_D$ zbliża się do zera, wówczas prąd $\hat{J}_D$ zbliża się do wartości maksymalnej, tj.

$$\text{jeśli: } a_D \to 0, \quad \text{to: } \hat{J}_D \to \frac{\hat{U}_{D_0}}{a_0} . \qquad (27)$$

5.2. Dopasowanie napięciowe (Równanie 21).

a) Wypadek ogólny: $\hat{Z}_0 = a_0 + jb_0$, $\hat{Z}_D = a_D + jb_D$.

Chcąc znaleźć warunek dopasowania oporu $\hat{Z}_D$ miernika „*D*" dla największego napięcia $\hat{U}_D$ różniczkujemy równanie (21).

Stąd otrzymujemy wartość składowej urojonej b_D:

$$b_D = \frac{-\left(Q_0^2 + 2\frac{a_D}{a_0} + 1\right) \underset{(+)}{-} \sqrt{\left(Q_0^2+1\right)^2 + 4\frac{a_D}{a_0}\left[\left(Q_0^2+1\right) + \frac{a_D}{a_0}\left(Q_0^2+1\right)\right]}}{2Q_0 \frac{1}{a_0}}$$

gdzie
$$Q_0 = \frac{b_0}{a_0},$$

oraz wartość składowej rzeczywistej a_D:

$$a_D = \frac{-\left(a_0^2 - b_D^2\right) \underset{(+)}{-} \sqrt{\left(a_0^2 - b_D^2\right)^2 - 4a_0^2 b_D^2}}{2a_0} .$$

Po przeprowadzeniu dyskusji tych równań otrzymujemy warunek dopasowania dla największego $\hat{U}_D$:

$$\left.\begin{array}{l} a_D \approx 0 \\ \text{oraz:} \\ b_D \approx -a_0\left(Q + \dfrac{1}{Q_0}\right) \end{array}\right\} \qquad (28)$$

Dla dopasowania tego, $\hat{U}_D$ osiąga wartość:

$$\hat{U}_D \approx \hat{U}_{D_0} \frac{\left(Q_0 + \frac{1}{Q_0}\right)}{\frac{1}{Q_0} + j} .$$

b) Wypadki szczególne: $\hat{Z}_0 = a_0$, lub $\hat{Z}_0 = jb_0$.

Dla wypadku szczególnego $\hat{Z}_0 = a_0$ otrzymujemy warunek dopasowania:

$$\text{jeśli: } \left|a_D + jb_D\right| \to \infty \quad \text{to: } \hat{U}_D \to \hat{U}_{D_0} \qquad (29)$$

przy czym obojętne jest, która ze składowych oporu $\hat{Z}_D$ dąży do nieskończoności. $\hat{U}_D$ w tym wypadku nie przekroczy nigdy wielkości $\hat{U}_{D_0}$.

Dla wypadku szczególnego $\hat{Z}_0 = jb_0$ otrzymujemy warunek dopasowania:

$$b_D = -b_0 \qquad (30a)$$

Napięcie $\hat{U}_D$ osiąga wówczas wartość:

$$\hat{U}_D = \hat{U}_{D_0}\left(1 + jQ_D\right), \quad \text{gdzie: } Q_D = \frac{b_D}{a_D} .$$

Jest więc ono tym większe, im mniejsze jest a_D.

$$\text{jeśli: } a_D \to 0, \quad \text{to: } \hat{U}_D \to j\infty \qquad (30b)$$

$\hat{U}_D$ w tym wypadku może więc osiągnąć wartość wielokrotnie większą od $\hat{U}_{D_0}$.

6. RÓWNOWAGA MOSTKA.

Stan przedstawionego na rys. 1 układu elektrycznego, przy którym prąd $\hat{J}_D = 0$) przy załączonym oporze $\hat{Z}_D$) nazywa się równowagą mostka. Stan ten zostaje osiągnięty, gdy w równaniu (13) spełniony zostanie warunek:

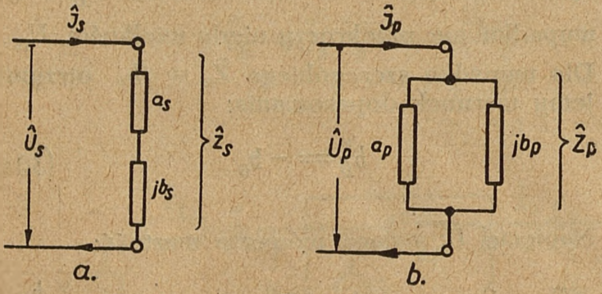
$$\hat{Z}_2 \cdot \hat{Z}_3 = \hat{Z}_1 \cdot \hat{Z}_x \qquad (31)$$

dla którego $\hat{U}_{D_0} = 0$.

Dla równowagi mostka napięcie $\hat{U}_{ab} = \hat{U}_{abo}$ oraz prąd $\hat{J} = \hat{J}_0$ ponieważ dla stanu tego (ze względu na prąd $\hat{J}_D = 0$) obojętne jest czy opór $\hat{Z}_D$ załączony jest na zaciski $c - d$ mostka czy też nie.

7. OPORY ZESPOLONE MOSTKA $\hat{Z}$.

Każdy z oporów mostka (Rys. 1) składa się z wartości rzeczywistej i wartości urojonej. Wartości te mogą występować w układzie szeregowym (Rys. 10a) lub w układzie równoległym (Rys. 10b). Są one odpowiednio oznaczone w pierwszym wypadku literą „*s*", w drugim literą „*p*".



Rys. 10. Opory zespolone mostka.

7.1. Opory zespolone, układ szeregowy.

Opór $\hat{Z}_s$ Rys. 10a jest oporem układu szeregowego składowych a_s oraz jb_s:

$$\hat{Z}_s = a_s + j b_s \qquad (32)$$

Wielkość bezwględna stosunku wartości urojonej do rzeczywistej b_s/a_s nazywa się dobrocią i oznaczona przez Q_s, jej odwrotność natomiast nazywa się stratnością i oznaczona jest przez D_s:

$$Q_s = \frac{1}{D_s} = \frac{b_s}{a_s} \qquad (33)$$

Równanie 32 można więc przedstawić w formie:

$$\hat{Z}_s = b_s (D_s + j) \qquad (34)$$

Moc rzeczywista $\hat{N}_{as}$ tracona na składowej a_s jest równa:

$$\hat{N}_{as} = \hat{J}_s^2 a_s \qquad (35)$$

moc urojona:

$$\hat{N}_{bs} = j \hat{J}_s^2 b_s \qquad (36)$$

moc pozorna:

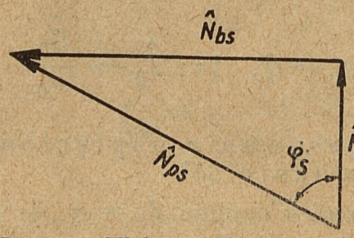
$$\hat{N}_{ps} = \hat{J}_s^2 (a_s + j b_s) \qquad (37)$$

a jej wartość bezwzględna:

$$|\hat{N}_{ps}| = J_s^2 \sqrt{a_s^2 + b_s^2}$$

Kąt φ_s zawarty jest między składową rzeczywistą $\hat{N}_{as}$ a mocą pozorną $\hat{N}_{ps}$ (Rys. 11), przy czym $\cos \varphi_s$:

$$\cos \varphi_s = \frac{|\hat{N}_{as}|}{|\hat{N}_{ps}|} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q_s^2}} \qquad (38)$$



Rys. 11. Wykres wektorowy mocy dla połączenia szeregowego.

7,2. Opory zespolone, układ równoległy.

Opór $\hat{Z}_p$ (Rys. 10b) jest oporem układu równoległego składowych a_p oraz jb_p:

$$\hat{Z}_p = \frac{a_p \cdot j b_p}{a_p + j b_p} = \frac{a_p b_p}{b_p - j a_p} \qquad (39)$$

Wielkość bezwględna stosunku wartości rzeczywistej do urojonej a_p/b_p nazywa się dobro-

cią i oznaczona jest przez Q_p, jej odwrotność nazywa się stratnością i oznaczona jest przez D_p:

$$Q_p = \frac{1}{D_p} = \frac{a_p}{b_p} \qquad (40)$$

Równanie (39) można więc przedstawić w formie:

$$\hat{Z}_p = b_p \frac{1}{(D_p - j)} = b_p \frac{1 + jQ_p}{D_p + Q_p} \qquad (41)$$

Moc rzeczywista $\hat{N}_{ap}$ tracona na składowej a_p równa się:

$$\hat{N}_{ap} = \frac{\hat{U}_p^2}{a_p} \qquad (42)$$

Moc urojona:

$$\hat{N}_{b_p} = -j \frac{\hat{U}_p^2}{b_p} \qquad (43)$$

Moc pozorna:

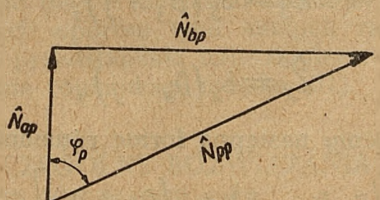
$$\hat{N}_{pp} = \hat{U}_p^2 \left(\frac{1}{a_p} - j \frac{1}{b_p} \right) \qquad (44)$$

a jej wartość bezwzględna:

$$\left| \hat{N}_{pp} \right| = U_p^2 \frac{\sqrt{b_p^2 + a_p^2}}{a_p b_p} . \qquad (45)$$

Kat φ_p zawarty jest między składową $\hat{N}_{ap}$ a mocą pozorną $\hat{N}_{pp}$ (Rys. 12) przy czym $\cos\varphi_p$:

$$\cos\varphi_p = \frac{\left|\hat{N}_{ap}\right|}{\left|\hat{N}_{pp}\right|} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q_p^2}} . \qquad (46)$$



Rys. 12. Wykres wektorowy mocy dla połączenia równoległego.

7.3. Opory zespolone równoległe i szeregowe.

Jeśli opór $\hat{Z}_p$ ma być zastąpiony oporem $\hat{Z}_s$ lub Q odwrotnie, to:

$$\hat{Z}_p = \hat{Z}_s \qquad (47)$$

a więc:

$$\cos\varphi_p = \cos\varphi_s \qquad (48)$$

Stąd po uwzględnieniu równań (38) oraz (46) otrzymujemy:

$$Q_p = Q_s = \frac{1}{D_p} = \frac{1}{D_s} \qquad (49)$$

Ponieważ:

$$\hat{Z}_p = b_p \frac{1 + jQ_p}{D_p + Q_p} = a_p \frac{D_p + j}{D_p + Q_p} \qquad (41)$$

oraz

$$\hat{Z}_s = b_s (D_s + j) = a_s (1 + jQ_s) \qquad (34)$$

otrzymujemy więc dla tego warunku stosunek wartości rzeczywistej układu równoległego do wartości rzeczywistej układu szeregowego:

$$\frac{a_p}{a_s} = 1 + Q_s^2 \qquad (50)$$

oraz stosunek wartości urojonej układu równoległego do wartości urojonej układu szeregowego:

$$\frac{b_p}{b_s} = 1 + D_s^2 \qquad (51)$$

7.4. Układy indukcyjno-oporowe.

Dla przedstawionych na rys. 13 układów oporów złożonych z samoindukcji L_s (lub L_p) oraz oporu rzeczywistego r (lub R) otrzymuje się odpowiednio do równań (33) oraz (40);

$$Q_s = \frac{1}{D_s} = \frac{\omega L_s}{r} \qquad (52)$$

$$Q_p = \frac{1}{D_p} = \frac{R}{\omega L_p} . \qquad (53)$$

Stosując równania (50) oraz (51) można zastąpić elementy r, L_s układu szeregowego elementami R, L_p układu równoległego:

$$R = r\left[1 + \left(\frac{\omega L_s}{r}\right)^2\right] \qquad (54)$$

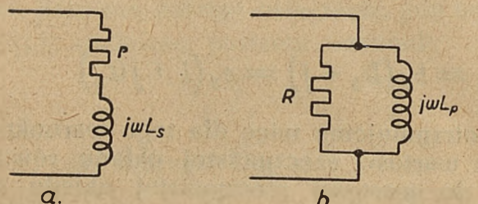
$$L_p = L_s\left[1 + \left(\frac{r}{\omega L_s}\right)^2\right] \qquad (55)$$

lub też odwrotnie: elementy układu rów-

noległego można zastąpić elementami układu szeregowego:

$$r = \frac{R}{1 + \left(\frac{R}{\omega L_p}\right)^2} \qquad (56)$$

$$L_s = \frac{L_p}{1 + \left(\frac{\omega L_p}{R}\right)^2} \qquad (57)$$



Rys. 13. Układ: oporność — indukcyjność.

7.5. *Układy pojemnościowo-oporowe.*

Dla przedstawionych na rys. 14 układów oporów złożonych z pojemności C_s lub (C_p) oraz oporu rzeczywistego r (lub R) otrzymuje się:

$$Q_s = \frac{1}{D_s} = \frac{1}{\omega C_s \cdot r} \qquad (58)$$

$$Q_p = \frac{1}{D_p} = \omega C_p \cdot R. \qquad (59)$$

Elementy r, C_s układu szeregowego można zastąpić analogicznie do przykładu poprzedniego elementami R, C_p układu równoległego:

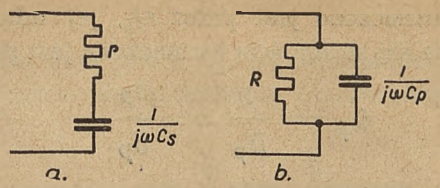
$$R = r\left[1 + \left(\frac{1}{\omega C_s \cdot r}\right)^2\right], \qquad (60)$$

$$C_p = \frac{C_s}{1 + (\omega C_s \cdot r)^2} \qquad (61)$$

lub też odwrotnie: elementy układu równoległego można zastąpić elementami układu szeregowego:

$$r = \frac{R}{1 + (\omega C_p R)^2} \qquad (62)$$

$$C_s = C_p\left[1 + \left(\frac{1}{\omega C_p R}\right)^2\right]. \qquad (63)$$



Rys. 14. Układ: oporność — pojemność.

8. DYSKUSJA STANU RÓWNOWAGI MOSTKA.

Dla stanu równowagi musi być spełnione równanie (31). Opory $\widehat{Z}_1$ $\widehat{Z}_2$ $\widehat{Z}_3$ $\widehat{Z}_x$ mostka mogą być oporami złożonymi, których składowe połączone są szeregowo lub też oporami klórych składowe połączone są równolegle, (opory $\widehat{Z}_s$ lub $\widehat{Z}_p$), lub też część ich jest oporami $\widehat{Z}_s$ reszta natomiast $\widehat{Z}_p$. Ponieważ składowe oporów $\widehat{Z}_p$ mogą być zawsze zastąpione składowymi oporów $\widehat{Z}_s$, wystarczy przeprowadzić dyskusję dla jednego typu, np. dla oporów $\widehat{Z}_s$. Opory te mogą w szczególnych wypadkach posiadać tylko składową rzeczywistą lub tylko składową urojoną. W następnych rozważaniach użytą będzie w równaniu (31) forma oporu dla układu szeregowego:

$$Z = b(D + j)$$

przy czym opuszczone będą znaczki „s".

Po podstawieniu więc wartości:

$$\hat{Z}_1 = b_1(D_1 + j),$$

$$\hat{Z}_2 = b_2(D_2 + j),$$

$$\hat{Z}_3 = b_3(D_3 + j),$$

$$\hat{Z}_x = b_x(D_x + j),$$

otrzymujemy następną formę równania (31):

$$b_x b_1\left[(D_x D_1 - 1) + j(D_x + D_1)\right] =$$

$$= b_2 b_3\left[(D_2 D_3 - 1) + j(D_2 + D_3)\right] \qquad (64)$$

Części rzczywiste i urojone w równaniu tym są sobie równe:

$$b_x b_1(D_x D_1 - 1) = b_2 b_3(D_2 D_3 - 1),$$

$$b_x b_1(D_x + D_1) = b_2 b_3(D_2 + D_3).$$

Dla b_x otrzymuje się z powyższych równań wartość:

$$b_x = \frac{b_2 b_3}{b_1} \frac{(D_2 D_3 - 1)}{(D_x D_1 - 1)} = \frac{b_2 b_3}{b_1} \frac{(D_2 + D_3)}{(D_x + D_1)}$$

stąd D_x:

$$D_x = \frac{D_1 - D_1 D_2 D_3 - D_2 - D_3}{D_2 D_3 - D_1 D_2 - D_1 D_3 - 1} =$$

$$= \frac{Q_2 Q_3 - Q_1 Q_2 - Q_1 Q_3 - 1}{Q_1 - Q_2 - Q_3 - Q_1 Q_2 Q_3} \quad (65)$$

oraz:

$$b_x = \frac{b_2 b_3}{b_1} \frac{(1 + D_1 D_2 + D_1 D_3 - D_2 D_3)}{D_1^2 + 1} =$$

$$= \frac{a_2 a_3}{a_1} \frac{(Q_1 Q_2 Q_3 + Q_2 + Q_3 - Q_1)}{Q_1^2 + 1} . \quad (66)$$

Wartość a_x otrzymuje się z równania:

$$a_x = D_x b_x$$

po podstawieniu wartości z równań (65) oraz (66):

$$a_x = \frac{b_2 b_3}{b_1} \frac{(D_1 D_2 D_3 + D_2 + D_3 - D_1)}{D_1^2 + 1} =$$

$$= \frac{a_2 a_3}{a_1} \frac{(1 + Q_1 Q_2 + Q_1 Q_3 - Q_2 Q_3)}{Q_1^2 + 1} . \quad (67)$$

Równanie (67) daje wielkość składowej rzeczywistej w funkcji składowych rzeczywistych i urojonych znanych oporów ramion mostka 1, 2. 3; równanie (66) — wielkość składowej urojonej w funkcji oporów tych samych ramion. Równania te przedstawiają więc ogólne rozwiązanie równania równowagi mostka (31).

9. SZCZEGÓLNE ROZWIĄZANIA RÓWNANIA (31).

Wartości oporów rzeczywistych a_1, a_2, a_3, mogą być tylko dodatnie, a w szczególnych wypadkach równe zeru. Natomiast wartości oporów urojonych b_1, b_2, b_3 mogą być, zależnie od ich indukcyjnego lub pojemnościowego charakteru, dodatnie lub ujemne, a w szczególnych wypadkach równe zeru. W ten sposób otrzymuje się 15 zasadniczych grup mostków prądu zmiennego, patrz tabela 1: „Zestawienie grup mostków".

Zależnie od indukcyjnego lub pojemnościowego charakteru oporów $\hat{Z}_1$ $\hat{Z}_2$ $\hat{Z}_3$ otrzymuje się w pierwszym wypadku opory typu:

$$\hat{Z}_L = a_L + j b_L = b_L (D_L + j)$$

w drugim natomiast opory typu:

$$\hat{Z}_C = a_C - j b_C = - b_C (- D_C + j) .$$

Ponieważ cały rachunek przeprowadzony został dla oporów typu $\hat{Z} = a + jb$, a więc oporów indukcyjnych, przeto wystarczy w równaniach dla poszczególnych grup mostków zmienić dla wartości b oraz D znak dodatni na ujemny, aby otrzymać równania równowagi mostków dla oporów pojemnościowych.

Możliwości znaków wielkości b_1 b_2 b_3 podane są w tabeli 2. Jeśli za wyrażeniem zawierającym wartości b_1 b_2 b_3 (lub dwie z tych wartości) znajduje się współczynnik, którego znak może być tylko dodatni, otrzymuje się tyle możliwych układów mostkowych ile ich daje zmiana znaków wartości b_1 b_2 b_3. To samo dotyczy równań nie posiadających współczynnika za wyrażeniem zawierającym wartości b_1 b_2 b_3. Jeśli natomiast za wyrażeniem zawierającym wartości b_1 b_2 b_3 znajduje się współczynnik, którego znak może być dodatni lub ujemny, to otrzymuje się dwa razy więcej możliwych układów mostkowych, niż w obu poprzednich wypadkach.

10. PRZYKŁAD.

Dla grupy XV mostków podano w tabeli 1 wzory:

$$a_{xs} = \frac{a_2 a_3}{a_{1s}} \frac{1}{(1 + Q_{1s}^2)}$$

$$b_{xs} = \frac{-a_2 a_3}{b_{1s}} \frac{1}{(D_{1s}^2 + 1)}$$

$$D_{xs} = - D_{1s} .$$

Ze względu na równania (50) oraz (51) możemy podstawić:

$$\frac{1}{a_{1s}(1 + Q_{1s}^2)} = \frac{1}{a_{1p}}$$

$$\frac{1}{b_{1s}(D_{1s}^2 + 1)} = \frac{1}{b_{1p}}$$

skąd otrzymujemy:

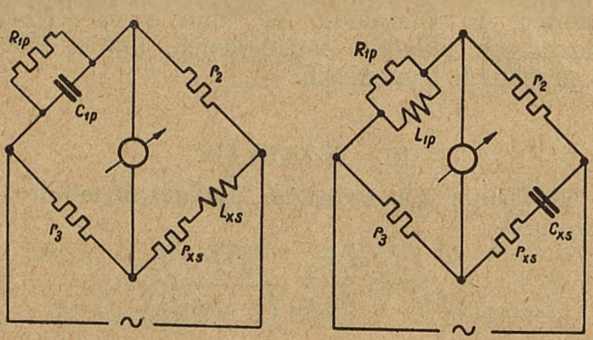
$$a_{xs} = \frac{a_2 a_3}{a_{1p}}$$

$$b_{xs} = - \frac{a_2 a_3}{b_{1p}}$$

$$D_{xs} = - \frac{b_{1p}}{a_{1p}} = - D_{1p} = - D_{1s}\,.$$

Z równań tych wynika, że składowa rzeczywista nieznanego ramienia mostka „x" w układzie szeregowym równoważona jest przez wartości rzeczywiste znanych ramion mostka „2" „3" oraz przez składową rzeczywistą ramienia „1" w układzie równoległym. Składowa urojona nieznanego ramienia „x" w układzie szeregowym równoważona jest wartościami rzeczywistymi ramion „2" „3" oraz składową urojoną ramienia „1" w układzie równoległym, przy czym znak tej składowej musi być przeciwny, niż znak składowej urojonej ramienia „x".

Dla pomiaru nieznanych oporów $\widehat{Z}_x$ charakteru indukcyjnego ramię „1" musi więc zawierać opór pojemnościowy, i odwrotnie.



Rys. 15. Układy mostków.

Podstawiając wartości:

$$a_{1p} = R_{1p}$$

$$a_2 = r_2$$

$$a_3 = r_3$$

$$a_{xs} = r_{xs}$$

$$\left.\begin{aligned} b_{1p} &= \frac{1}{\omega C_{1p}} \\ b_{xs} &= \omega L_{xs} \end{aligned}\right\} \quad \text{lub:} \quad \left\{\begin{aligned} b_{1p} &= \omega L_{1p} \\ b_{xs} &= \frac{1}{\omega C_{xs}} \end{aligned}\right.$$

otrzymuje się równania dla układu przedstawionego na rys. 15a:

$$r_{xs} = \frac{r_2 r_3}{R_{1p}}$$

$$L_{xs} = r_2 r_3 C_{1p}$$

$$Q_{xsL} = \frac{1}{D_{xsL}} = \omega C_{1p} R_{1p}$$

oraz równania dla układu przedstawionego na rys. 15b:

$$r_{xs} = \frac{r_2 r_3}{R_{1p}}$$

$$C_{xs} = \frac{L_{1p}}{r_2 r_3}$$

$$Q_{xsC} = \frac{1}{D_{xsC}} = \frac{R_{1p}}{\omega L_{1p}}\,.$$

Ze względu na równość: $D_{1s}^2 = D_{xs}^2$

można zamienić szeregowe składowe ramienia „x" na składowe równoległe

$$a_{xs}\left(1 + Q_{1s}^2\right) = a_{xp}$$

$$b_{xs}\left(D_{1s}^2 + 1\right) = b_{xp}$$

po czym otrzymuje się równania:

$$a_{xp} = \frac{a_2 a_3}{a_{1s}}$$

$$b_{xp} = - \frac{a_2 a_3}{b_{1s}}$$

$$D_{xp} = - \frac{a_{1s}}{b_{1s}}$$

Podstawiając wartości:

$$a_{1s} = r_{1s}$$

$$a_2 = r_2$$

$$a_3 = r_3$$

$$a_{xp} = R_{xp}$$

$$\left.\begin{aligned} b_{1s} &= \frac{1}{\omega C_{1s}} \\ b_{xp} &= \omega L_{xp} \end{aligned}\right\} \quad \text{lub:} \quad \left\{\begin{aligned} b_{1s} &= \omega L_{1s} \\ b_{xp} &= \frac{1}{\omega C_{xp}} \end{aligned}\right.$$

Tabela 1: ZESTAWIENIE GRUP MOSTKÓW

Równania ogólne

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Grupa	D	Q	$D_x\left(=\frac{1}{Q_x}\right)$	b_x	a_x	b lub a:	Opory mostka $\hat{Z}_1 \hat{Z}_2 \hat{Z}_3$ zawierają wartości rzeczywiste:	Opory mostka $\hat{Z}_1 \hat{Z}_2 \hat{Z}_3$ zawierają wartości urojone:	Mostek zawiera opory rzeczywiste „a", urojone „b" lub złożone „$\hat{Z}$":
I	—	—	$D_x=\frac{D_1-D_1D_2D_3-D_2-D_3}{D_2D_3-D_1D_2-D_1D_3-1}$	$b_x=\frac{b_2b_3}{b_1}\frac{(1+D_1D_2+D_1D_3-D_2D_3)}{D_1^2+1}$	$a_x=\frac{b_2b_3}{b_1}\frac{(D_1D_2D_3+D_2+D_3-D_1)}{D_1^2+1}$	—	$a_1\ a_2\ a_3$	$b_1\ b_2\ b_3$	$\hat{Z}_1\ \hat{Z}_2\ \hat{Z}_3$
II	$D_1=D_2=D_3=\infty$	$Q_1=Q_2=Q_3=0$	$D_x=\infty$	$b_x=0$	$a_x=\frac{a_2a_3}{a_1}$	$b_1=b_2=b_3=0$	$a_1\ a_2\ a_3$	—	$a_1\ a_2\ a_3$
III	$D_1=D_2=D_3=0$	$Q_1=Q_2=Q_3=\infty$	$D_x=0$	$b_x=\frac{b_2b_3}{b_1}$	$a_x=0$	$a_1=b_2=b_3=0$	—	$b_1\ b_2\ b_3$	$b_1\ b_2\ b_3$
IV	$D_1=0$	$Q_1=\infty$	$D_x=\frac{D_2+D_3}{1-D_2D_3}$	$b_x=\frac{b_2b_3}{b_1}(1-D_2D_3)$	$a_x=\frac{b_2b_3}{b_1}(D_2+D_3)$	$a_1=0$	$a_2\ a_3$	$b_1\ b_2\ b_3$	$b_1\ \hat{Z}_2\ \hat{Z}_3$
V	$D_2=0$	$Q_2=\infty$	$D_x=\frac{D_3-D_1}{1+D_1D_3}$	$b_x=\frac{b_2b_3}{b_1}\frac{(1+D_1D_3)}{D_1^2+1}$	$a_x=\frac{b_2b_3}{b_1}\frac{(D_3-D_1)}{D_1^2+1}$	$a_2=0$	$a_1\ a_3$	$b_1\ b_2\ b_3$	$\hat{Z}_1\ b_2\ \hat{Z}_3$
VI	$D_3=0$	$Q_3=\infty$	$D_x=\frac{D_2-D_1}{1+D_1D_2}$	$b_x=\frac{b_2b_3}{b_1}\frac{(1+D_1D_2)}{D_1^2+1}$	$a_x=\frac{b_2b_3}{b_1}\frac{(D_2-D_1)}{D_1^2+1}$	$a_3=0$	$a_1\ a_2$	$b_1\ b_2\ b_3$	$\hat{Z}_1\ \hat{Z}_2\ b_3$
VII	$D_1=D_2=0$	$Q_1=Q_2=\infty$	$D_x=D_3$	$b_x=\frac{b_2b_3}{b_1}$	$a_x=\frac{b_2}{b_1}a_3$	$a_1=a_2=0$	a_3	$b_1\ b_2\ b_3$	$b_1\ b_2\ \hat{Z}_3$
VIII	$D_1=D_3=0$	$Q_1=Q_3=\infty$	$D_x=D_2$	$b_x=\frac{b_2b_3}{b_1}$	$a_x=\frac{b_3}{b_1}a_2$	$a_1=a_3=0$	a_2	$b_1\ b_2\ b_3$	$b_1\ \hat{Z}_2\ b_3$
IX	$D_2=D_3=0$	$Q_2=Q_3=\infty$	$D_x=-D_1$	$b_x=\frac{b_2b_3}{b_1}\frac{1}{D_1^2+1}$	$a_x=\frac{-b_2b_3}{b_1}\frac{D_1}{D_1^2+1}$	$a_2=a_3=0$	a_1	$b_1\ b_2\ b_3$	$\hat{Z}_1\ b_2\ b_3$
X	$D_1=\infty$	$Q_1=0$	$D_x=\frac{D_2D_3-1}{D_2+D_3}$	$b_x=\frac{b_2b_3}{a_1}(D_2+D_3)$	$a_x=\frac{b_2b_3}{a_1}(D_2D_3-1)$	$b_1=0$	$a_1\ a_2\ a_3$	$b_2\ b_3$	$a_1\ \hat{Z}_2\ \hat{Z}_3$
XI	$D_2=\infty$	$Q_2=0$	$D_x=\frac{1+D_1D_3}{D_1-D_3}$	$b_x=\frac{b_3}{b_1}\cdot a_2\frac{(D_1-D_3)}{D_1^2+1}$	$a_x=\frac{b_3}{b_1}\cdot a_2\frac{(D_1D_3+1)}{D_1^2+1}$	$b_2=0$	$a_1\ a_2\ a_3$	$b_1\ b_3$	$\hat{Z}_1\ a_2\ \hat{Z}_3$
XII	$D_3=\infty$	$Q_3=0$	$D_x=\frac{1+D_1D_2}{D_1-D_2}$	$b_x=\frac{b_2}{b_1}\cdot a_3\frac{(D_1-D_2)}{D_1^2+1}$	$a_x=\frac{b_2}{b_1}\cdot a_3\frac{(D_1D_2+1)}{D_1^2+1}$	$b_3=0$	$a_1\ a_2\ a_3$	$b_1\ b_2$	$\hat{Z}_1\ \hat{Z}_2\ a_3$
XIII	$D_1=D_2=\infty$	$Q_1=Q_2=0$	$D_x=D_3$	$b_x=\frac{a_2}{a_1}b_3$	$a_x=\frac{a_2a_3}{a_1}$	$b_1=b_2=0$	$a_1\ a_2\ a_3$	b_3	$a_1\ a_2\ \hat{Z}_3$
XIV	$D_1=D_3=\infty$	$Q_1=Q_3=0$	$D_x=D_2$	$b_x=\frac{a_3}{a_1}b_2$	$a_x=\frac{a_2a_3}{a_1}$	$b_1=b_3=0$	$a_1\ a_2\ a_3$	b_2	$a_1\ \hat{Z}_2\ a_3$
XV	$D_2=D_3=\infty$	$Q_2=Q_3=0$	$D_x=-D_1$	$b_x=-\frac{a_2a_3}{b_1}\frac{1}{D_1^2+1}$	$a_x=\frac{a_2a_3}{a_1}\frac{D_1^2}{D_1^2+1}$	$b_2=b_3=0$	$a_1\ a_2\ a_3$	b_1	$\hat{Z}_1\ a_2\ a_3$

otrzymuje się równania dla układu przedstawionego na rys. 16a:

$$R_{xp} = \frac{r_2 r_3}{r_{1s}}$$

$$L_{xp} = r_2 r_3 C_{1s}$$

$$Q_{xpL} = \frac{1}{D_{xpL}} = \frac{1}{\omega C_{1s} r_{1s}}$$

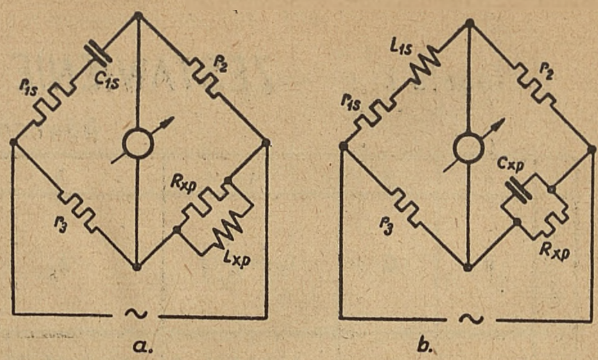
oraz równania dla układu przedstawionego na rys. 16b:

$$R_{xp} = \frac{r_2 r_3}{r_{1s}}$$

$$C_{xp} = \frac{L_{1s}}{r_2 r_3}$$

$$Q_{xpC} = \frac{1}{D_{xpC}} = \frac{\omega L_{1s}}{r_{1s}} .$$

Grupa XV daje więc 4 możliwości układów mostkowych.



Rys. 16. Układy mostków.

Tabela 2:
Możliwości znaków wielkości b_1, b_2 i b_3.

b_1	b_2	b_3	$\frac{b_2 b_3}{b_1}$	$b_2\ b_3$	b_3/b_1	b_2/b_1
+	+	+	+	+	+	+
+	−	−	+	+	−	−
−	−	+	+	−	−	+
−	+	−	+	−	+	−
−	−	−	−			
−	+	+	−			
+	+	−	−			
+	−	+	−			

+ oznacza opór indukcyjny
— oznacza opór pojemnościowy

Adres Redakcji i Administracji: **Warszawa, Nowogrodzka 45, III p., telef. 871-70,**
Konto: „Przegląd Telekomunikacyjny", PKO w Warszawie Nr. 4430 oraz **rachunek miejscowy** Nr. 9 W-wa 1.
Sekretariat czynny codziennie od godz. 9 do 14.

WARUNKI PRENUMERATY

Rocznie . . . . **ZŁ. 250.–**
Kwartalnie . . . . **ZŁ. 65.–**
Pojedyńczy numer . . . . **ZŁ. 65.–**

Redaktor: **inż. Henryk Kowalski.** Wydawca; **Sekcja Telekomunikacyjna SEP**
Druk PIT Warszawa, Ratuszowa 11. Nr B-50063